ES.1

Diseño Curricular para la Educación Secundaria

1° año (7° ESB)

Dirección General de Cultura y Educación
Gobierno de la Provincia de Buenos Aires

Matemática

1º año (7º ESB)

Índice

La enseñanza de la Matemática en la ESB

La matemática es una construcción de la cultura humana y como tal, todas las personas pueden comprenderla y utilizar su manera de proceder.

Posiblemente debido a la experiencia de las personas durante su tránsito por la escuela secundaria la matemática es percibida frecuentemente como un sistema de ideas comprensibles sólo para quienes cuentan con determinadas condiciones intelectuales.

Asimismo, la matemática cuenta con una fuerte significatividad social por ser considerada de aplicabilidad casi universal. Su estilo particular de pensamiento, su lenguaje y su rigor le otorgan un valor en sí misma que, junto al valor instrumental, conforman un campo de conocimientos complejos.

Pensar matemáticamente estimula la aparición de peculiares estructuras de razonamiento con poderoso alcance, cuya aplicación trasciende las fronteras de lo instrumental. Por otra parte, pensar y comunicarse matemáticamente con diferentes interlocutores significa equivalencia de oportunidades y ejercicio de autonomía.

Hacer matemática es básicamente resolver problemas ya sea que provengan del interior o del exterior de la matemática, y por lo tanto ocupa un lugar central en la enseñanza.

Es necesario destacar que la sola resolución de problemas no es suficiente: para la construcción de conocimientos transferibles a situaciones nuevas es necesaria la reflexión sobre lo realizado y la intervención del docente para que establezca las relaciones entre lo construido y el saber científico.

En la ESB las situaciones que se planteen deberán ir más allá de la aplicación de los conceptos. Deberá analizarse el funcionamiento de los conocimientos como herramientas para la solución de problemas desde un punto de vista que ayude a reconocer la necesidad de generalizaciones y permita pensar las nociones construidas como objetos matemáticos.

El tránsito por la Educación Secundaria Básica debe garantizar a los alumnos/as la iniciación en el modo de pensar matemático, es decir, debe propiciar la descontextualización y las generalizaciones que acerquen los conocimientos construidos a los saberes de la matemática.

El docente es responsable de organizar situaciones de enseñanza que presenten desafíos que los alumnos/as reconozcan ser capaces de aceptar generando interés por la resolución de los problemas, lo que les permitirá construir nuevos conocimientos.

A continuación se incluye un ejemplo acerca de cómo retomar los conocimientos de los alumnos/as que ingresan en la ESB.

Independientemente de los contenidos con los que se relaciona, el problema representa un punto de partida que posibilita a los alumnos/as poner en juego conocimientos que poseen en una situación nueva con las características del tipo de problemas que se presentan en 1º año de la Secundaria. Al tiempo que se recupera lo que los alumnos/as saben, se produce un salto cualitativo en los conocimientos.

Analizar en una tabla pitagórica de la suma algunas regularidades:

+	1	2	3	4	.....	n	n+1
1	2	3	4	5			
2	3	4	5	6			
3	4	5	6	7			
4	5	6	7	8			
. . .							
n							
n+1							

Las diagonales que unen el mismo número de la primera fila y primera columna, contienen números iguales.

En esas diagonales: el 2 aparece 1 vez

el 3 aparece 2 veces

el 4 aparece 3 veces

¿cuántas veces aparecerá el 80?

¿cuántas veces aparecerá un número cualquiera n?

Tradicionalmente se considera a la Matemática como uno de los factores que provocan el "fracaso" en la escuela secundaria. El trabajo con problemas similares al propuesto en el ejemplo favorece la participación de todos los alumnos/as en una escuela que los incluye demostrándoles que todos pueden trabajar en matemática y lograr generalizaciones a partir del trabajo reflexivo y la participación grupal.

El abordaje de la matemática en la Educación Secundaria Básica se distinguirá, entre otras cuestiones, por promover el estilo de justificación en el que interviene la deducción porque las generalizaciones a las que los alumnos/as arriban deberán ser producto de un proceso de reflexión sobre el trabajo realizado a partir de la discusión con los pares y el docente, las argumentaciones de las estrategias utilizadas y, por lo tanto, el mismo será producto de la necesidad de la tarea y no de la imposición de la voz de autoridad del docente.

El ingresar en la ESB representa cambios en las formas de conocer en matemática a las que los alumnos/as necesitan adaptarse como parte del proceso de aprendizaje:

- Se posiciona a los alumnos/as frente a problemas que demandan otros usos para nociones que ya conocen y, a su vez, se incorporan conceptos nuevos para conocer.
- Es necesario construir estrategias para el trabajo autónomo y formas de representación que favorezcan la comunicación fluida con diferentes interlocutores, así como aprender a justificar producciones mediante razonamientos deductivos.

En la ESB se profundiza el trabajo de desprender los conocimientos de las situaciones específicas en las que se construyeron, la reflexión de esos conocimientos como objetos de la matemática, sus propiedades y las relaciones que guardan entre sí. Los alumnos/as necesitarán apoyarse en construcciones conocidas para lograr aprendizajes nuevos: el trabajo en la ESB implica un delicado equilibrio entre lo conocido y lo nuevo.

Para propiciar el aprendizaje de la matemática, el docente planifica situaciones de enseñanza en las que están involucrados problemas con los que los alumnos/as deberán interactuar, poniendo en juego sus conocimientos. Al decir problemas, no se hace referencia a una práctica mecánica, sino a situaciones que el alumno/a logra interpretar con los conocimientos de que dispone pero que no puede solucionar directamente con ellos.

El docente aprovecha el momento de planificación para construir situaciones de enseñanza que les permitan a los alumnos/as enriquecer sus conocimientos, pero sólo puede conducir el proceso de conceptualización si ayuda a los alumnos/as a analizar los objetos y relaciones matemáticas contenidos en estas situaciones.

Como es sabido, es importante tener en cuenta que la sola reunión de los alumnos/as con una propuesta de trabajo planificada no producirá necesariamente que aprendan lo que se pretende enseñar. El docente ha de actuar como coordinador de sus alumnos/as para el logro de los objetivos que se propone, en un delicado equilibrio entre ayudar y abstenerse de interferir con el trabajo que aquellos deben desarrollar. La función del docente dentro del aula es la de enseñar y sus intervenciones constituyen la esencia del proceso.

Durante el trabajo de los alumnos/as, las intervenciones del docente tenderán a reencausarlo cuando sea necesario. Es importante que ante las consultas, sostenga momentáneamente cierta incertidumbre que promueva el análisis de aspectos que el alumno/a aún no haya advertido y que proponga al grupo total la discusión sobre el valor de verdad de la cuestión planteada.

Por otra parte, si observa que la tarea de algún alumno/a o grupo se encuentra obstaculizada el docente deberá acercarse y entablar un diálogo mediante el que logre descubrir las razones de esta situación y pueda brindar cierta información para que la tarea se reanude. Esto no significa resolver los problemas propuestos, sino, por ejemplo, recurrir a preguntas orientadoras, a una nueva lectura de la situación, a la evocación de situaciones anteriores que tengan relación con el problema.

El docente debe planificar sus intervenciones y prever las posibles respuestas de los alumnos/as. Esta planificación permite anticipar las perspectivas y las limitaciones a las que pueda estar sometida una propuesta. El posterior análisis de la distancia entre estas previsiones y lo que realmente haya sucedido brinda insumos para la preparación de propuestas futuras y para prever intervenciones de manera más ajustada.

Durante el desarrollo de las clases, los alumnos/as deberán justificar los procedimientos que utilicen con los conocimientos disponibles construyendo, en la medida de lo posible, encadenamientos lógicos con los mismos. Las intervenciones docentes durante la acción emprendida corresponderán a contribuir con estas construcciones, además de instalar el lenguaje matemático para la comunicación, en este sentido cuestionar acerca del por qué de las acciones realizadas constituye una herramienta importante.

Además, en el diseño y la ejecución de situaciones para el proceso de enseñanza, es responsabilidad del docente prever un tratamiento de los posibles errores como parte constitutiva del proceso de aprendizaje.

Los errores no deben considerarse ausencia de conocimiento sino la expresión de una determinada forma de conocer que necesita ser revisada en algún sentido. La superación de estos errores no se logra mediante la imposición del saber, es necesaria una planificación estratégica de acciones tendientes a que los alumnos/as tomen conciencia de ellos y puedan hacerse cargo de su reparación o ajuste. En tal sentido las producciones brindan información al docente y material de trabajo para los alumnos/as.

Frecuentemente los alumnos/as utilizan formas personales de representación del trabajo que están realizando que a menudo aparenta un desorden que dificulta advertir la forma en la que se llegó a la solución de un problema. Una tarea que resulta indispensable en la actividad matemática es construir formas de representación de las estrategias de resolución que se han llevado a cabo con el propósito de hacerlas comunicables, en este caso, al grupo y al docente. Por lo tanto, respetando las estrategias de registro que cada alumno/a utiliza, es necesario trabajar sobre su registro de lo realizado para darle una estructura ordenada y lógica que pueda ser comprendida por el grupo. Asimismo, las formas de presentación de las producciones que se acuerdan en conjunto permiten al docente y a los alumnos/as obtener insumos para la evaluación de la marcha del proceso de aprendizaje.

Las situaciones de puesta en común constituyen otra estrategia de enseñanza acorde con el propósito de trabajar sobre la construcción de argumentaciones, acerca de la validez de las estrategias y resoluciones realizadas por los alumnos/as. En estas situaciones, el docente procurará que los alumnos/as muestren a sus compañeros la validez de sus desarrollos con argumentos sólidos. Para ello es preciso que el docente no produzca explicaciones a priori y que sus intervenciones habiliten la palabra de todos los alumnos/as en distintos momentos de manera que no se aprecien unas propuestas sobre otras. El alumno/a debe estar seguro de que determinada solución es mejor que otra y debe poder explicar por qué.

En determinadas situaciones, de la puesta en común en la que se confrontan distintas soluciones correctas y el docente establece aquello que las relaciona. A partir de estas intervenciones es posible sistematizar estrategias de nuevos conocimientos. En el último caso, el docente debe establecer su status matemático, mostrar que cuenta con un nombre particular y establecer que a partir de ese momento deberá llamárselo de ese modo. Mostrará además las relaciones que tiene con lo que los alumnos/as ya conocen explicando que esto es lo que ha posibilitado distintas propuestas de solución del problema. Organizará el registro de todo esto en las carpetas de los alumnos/as, para tenerlo disponible para estudiar.

Expectativas de logro

Propósitos generales para la ESB

Al finalizar la ESB se espera que los alumnos/as:

- Sean capaces de estudiar de situaciones intra y extra matemáticas usando modelos matemáticos.
- Posean experiencia en el abordaje individual y grupal de problemas matemáticos.
- Transfieran saberes como estrategia para la resolución de problemas matemáticos.
- Construyan hipótesis en investigaciones (utilizando la información extraída de tablas y gráficos) como premisa para la construcción de razonamientos válidos.
- Utilicen lenguaje matemático en la comunicación y/o discusión de producciones del área.
- Justifiquen producciones mediante razonamientos deductivos en los que se utilicen conceptos matemáticos construidos.
- Logren acuerdos con pares y docentes para adoptar las mejores soluciones para los problemas matemáticos propuestos.
- Puedan seleccionar y utilizar los recursos tecnológicos adecuados disponibles en actividades vinculadas con el quehacer matemático

Expectativas de logro para 1° año (7° ESB)

Al finalizar el año se espera que los alumnos/as:

- Implementen diferentes modalidades de cálculo de acuerdo con las necesidades en el marco de la resolución de problemas.
- Usen estratégicamente calculadoras en la resolución de problemas que requieran cálculos mecánicos y ajuste de estimaciones.
- Utilicen lenguaje matemático en la comunicación tanto durante el desarrollo de las actividades como en la puesta en común de las producciones construidas.
- Analicen, comparen, y debatan sobre distintas soluciones de un problema y elijan la mejor, fundamentado la elección.
- Construyan figuras como representación de entes geométricos descriptos o de situaciones geométricas y extra geométricas.
- Usen en forma autónoma reglas, escuadras, compases, transportadores y, en caso de disponerse, de software geométrico para la construcción de figuras.
- Reconozcan situaciones en las cuales sea adecuado la aplicación de la proporcionalidad.
- Construyan tablas estadísticas que resuman información necesaria para la elaboración de hipótesis.
- Construyan gráficos cartesianos y estadísticos.
- Interpreten matemáticamente gráficos y tablas.
- Ordenen cualitativamente sucesos de acuerdo a la probabilidad relativa de uno con respecto al otro.
- Midan cantidades de distinta magnitud usando unidades convencionales.

Organización de contenidos

Criterios de organización de los contenidos

Para el presente diseño se han organizado cuatro ejes que responden a campos de conocimiento dentro de la Matemática en los cuales se incluyen núcleos sintéticos de contenidos que agrupan conjuntos de conocimientos que están vinculados entre sí en forma específica.

El orden de presentación de los ejes no implica necesariamente su tratamiento secuencial ya que desde el enfoque adoptado en el presente diseño, cuando se trabaja mediante la resolución de problemas y la reflexión sobre lo realizado se involucran contenidos de diversos ejes, cada uno con determinado nivel de profundidad.

El tratamiento de los contenidos de un eje provoca la aparición de un nodo en el que se encuentran contenidos de otros, por ejemplo, para el estudio de la independencia entre el área y el perímetro, puede trabajarse con figuras geométricas, con unidades de medida, con la elaboración de estrategias de cálculo con diferentes números.

Así el trabajo en el ámbito de cierto eje puede, por un lado, plantear la posibilidad de transferir conocimientos y por otro, advertir la necesidad de acercarse a un saber que aún no se maneja adecuadamente, con el que posteriormente se podrá trabajar de manera central.

Por otra parte, la descripción de los contenidos que se desarrollan en cada eje contiene indicaciones didácticas del trabajo que se pretende en cada uno y en el área en general y se proporcionan ejemplos del tipo de problemas y situaciones de enseñanza dentro de recuadros.

Geometría y Magnitudes

Cuerpos. Figuras regulares. Lugar geométrico. Medida. Perímetro. Área. Volumen.

Este eje exige un trabajo de descubrimiento y análisis de propiedades de figuras y cuerpos. Las construcciones que se proponen se relacionan con el uso de elementos de geometría, los lugares geométricos, y la proporcionalidad.

En cuanto a la medida se plantea un trabajo de reconocimiento de la importancia de cuestiones como la independencia área-perímetro y la equivalencia entre diferentes formas de expresión de medidas de magnitudes.

Números y Operaciones

Operaciones con números naturales. Divisibilidad. Números racionales positivos.

En este eje se explicita la necesidad de trabajar con diferentes tipos de cálculo.

Se pretende que se incluyan estrategias para que la calculadora se aprenda a manejar con destreza convirtiéndose en una herramienta al servicio del pensamiento en la búsqueda de respuestas.

Introducción al Álgebra y al estudio de las Funciones

Lectura, interpretación y construcción de gráficos y tablas. Proporcionalidad. Introducción al trabajo algebraico.

En este eje se trabajará con el pasaje de la aritmética al álgebra permitiendo generalizar propiedades de los números, expresar dependencia de variables en fórmulas y organizar información a través del lenguaje de las funciones.

Probabilidades y Estadística

Fenómenos y experimentos aleatorios. Estadística y probabilidad.

Es posible que la probabilidad y la estadística sean un campo de trabajo nuevo para los alumnos/as, por esta razón se pretende un estudio cualitativo de la probabilidad.

Se promueve la construcción de tablas estadísticas, la determinación de algunas medidas de tendencia central y el trazado y estudio de gráficas.

Contenidos

Geometría y magnitudes

Cuerpos

Del universo de cuerpos existentes, se trabajará con los "Platónicos" (tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro), prismas, pirámides, cilindros y conos, analizando las caras, aristas y vértices. En los poliedros regulares se puede explorar la relación de Euler.

	nº de caras c	nº de vértices v	nº de aristas a	nº de Euler E= c+v-a
Tetraedro	4	4		2
Cubo	6	8	12	
octaedro				
Dodecaedro				
icosaedro				

Se problematizará la representación de cuerpos geométricos desde distintos puntos de vista, se anticiparán posibles desarrollos y se validarán los mismos mediante la construcción y una explicación descriptiva.

Se analizarán posiciones relativas entre planos en el espacio (perpendicularidad, paralelismo y oblicuidad) y entre rectas del plano. Se analizarán estas relaciones para las aristas de los cuerpos y se determinarán segmentos incluidos en rectas alabeadas (no incluidas en el mismo plano), por ejemplo se buscarán en el cubo pares de segmentos que verifican esta relación.

Figuras regulares

Se estudiarán de polígonos regulares: triángulo equilátero, cuadrado, pentágono, hexágono etc. Inscripción de polígonos en la circunferencia, considerando ángulos centrales e interiores.

Usando triángulos equiláteros se construirán trapecios, rombos, hexágonos, polígonos estrellados y figuras cóncavas. Se establecerán criterios para clasificar figuras cóncavas y convexas.

Se construirán tablas que vinculen el número de lados con los ángulos interiores y centrales para generalizar relaciones y fórmulas encontradas para justificar su validez, como por ejemplo:

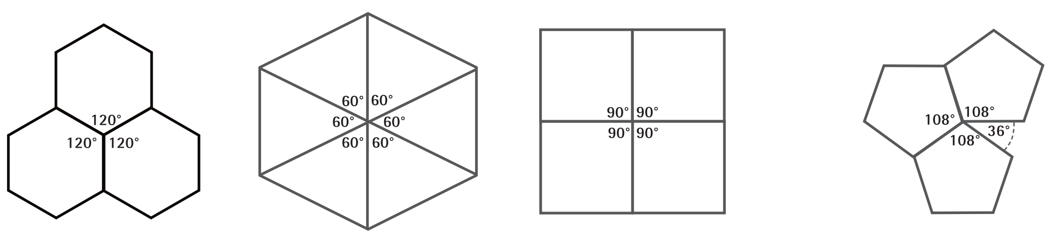
Número de lados	Valor del ángulo central	Valor del ángulo interior
3	120	60
4	90	90
5	72	
6	60	
7		
8		
9		
10		
12		
15		
20		
36		
n		

Una vez consideradas las relaciones entre los ángulos centrales e interiores de los polígonos pueden proponerse problemas como el siguiente:

En una circunferencia destacar 5 puntos y llamarlos ABCDE, trazando los segmentos AC, CE, EB, BD y DA se obtiene un polígono estrellado. Mostrar que la suma de los ángulos interiores de dicho polígono es 180º independientemente de la ubicación de los puntos.

El problema del cubrimiento del plano (embaldosado) permitirá el estudio de propiedades que deben cumplir las figuras o grupos de figuras para lograrlo. Es decir, se estudiará y justificará que los polígonos que cubren el plano son aquellos cuyo ángulo interior es divisor de 360º y en el caso de grupos de figuras son aquellos de lados de igual longitud cuya suma de un ángulo interior de cada una es 360º al compartir un vértice, haciendo coincidir sus lados.

Ejemplos: Mostrar y justificar qué triángulos equiláteros, cuadrados, hexágonos cubren el plano



Analizar lo que ocurre con el pentágono.

Investigar si se podrá cubrir el plano con octógonos. Justificar.

Analizar situaciones en las que varios polígonos regulares con lados de igual longitud compartan lados y vértices, por ejemplo dos octógonos y un cuadrado.

Estudiar algunos grupos tales como:

- dodecágono / triángulo equilátero
- cuadrado /triángulo equilátero/ hexágono
- dodecágono / hexágono / cuadrado

Considerar un polígono regular de 24 lados, un octógono regular y un triángulo equilátero todos con lados congruentes. ¿Puede realizarse un embaldosado utilizando baldosas de esta forma? Justificar la respuesta.

Lugar geométrico

El lugar geométrico se estudiará como la totalidad de los puntos que cumplen algunas condiciones. Los conceptos de distancia entre dos puntos y distancia de un punto a una recta serán parte importante en esta etapa como conocimientos previos.

Se realizará un estudio de figuras planas que satisfagan condiciones dadas, que se las reproduzca, describa y represente. Por ejemplo:

- figura formada por los puntos interiores de un triángulo MNP que están más cerca de M que de P.
- figura formada por los puntos interiores de un triángulo equilátero MPQ de 3 cm. de lado que están más cerca de Q que de M y a más de 2 cm. de P
- figura formada por los puntos interiores de un triángulo equilátero PQR de 3 cm. de lado que están más cerca de R que de P y a más de 2 cm. de P.

Se problematizará el trazado de mediatrices, circunferencias y elipses, haciendo uso de instrumentos de geometría y de las propiedades que cumplen los puntos que les pertenecen. *Por ejemplo, la cons-*

trucción de la mediatriz como lugar geométrico de los puntos que equidistan de los extremos de un segmento o la elipse como el lugar geométrico de los puntos cuya suma de distancias a los extremos de un segmento sea constante utilizando diferentes estrategias e instrumentos.

Se problematizarán construcciones geométricas de representaciones de triángulos y cuadriláteros con regla y compás y usando software de geometría.

Se promoverá el descubrimiento y la aplicación de propiedades de triángulos y cuadriláteros (ángulos interiores, lados, diagonales, etc.) en el marco de la resolución de problemas, enunciando las propiedades.

Medida

Se planteará un trabajo de recuperación de conocimientos referidos a las magnitudes en problemas sencillos de medida realizando estimación y medición de cantidades de diferentes magnitudes.

Es importante revisar las representaciones que los alumnos/as tienen de algunas unidades de medida como por ejemplo: el cm^2, el m^3, la ha, ya que es posible que sean capaces de realizar pasajes a unidades de mayor o menor orden, pero que no hayan construido un significado para las mismas.

Resulta necesario proponer trabajos como:

+ dibujar triángulos y cuadriláteros de $4cm^2$, de $1/2\ dm^2$, de $1/\ 4\ m^2$,etc.
+ dibujar rectángulos de $4\ cm^2$, $8\ cm^2$.
+ construir un cubo de $8\ cm^3$.¿cuántos se necesitan para llenar $1\ m^3$?

Perímetro. Área. Volumen

Se presentarán variadas situaciones que promuevan la diferenciación entre longitudes, áreas y volúmenes y la elección de unidades adecuadas para medir.

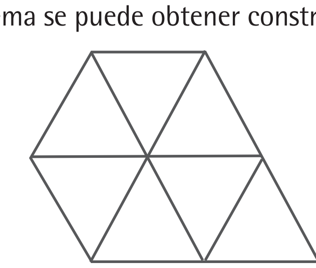
Se recuperarán los conocimientos sobre perímetro y área y se incorporará como nueva construcción la noción y cálculo de volumen de un cuerpo. Se medirán perímetros y áreas de figuras simples y compuestas utilizando distintas estrategias y se problematizará la construcción de fórmulas sencillas para su cálculo especialmente para triángulos y cuadriláteros.

Con el objeto de recuperar nociones de perímetros y áreas y su independencia pueden plantearse problemas del tipo:

Un triángulo equilátero y un hexágono regular tienen el mismo perímetro.

Si el área del hexágono es de $12\ cm^2$ ¿qué área tiene el triángulo?

Interesante solución de este problema se puede obtener construyendo una figura como la siguiente:



Se presentarán diferentes situaciones que permitan estudiar la independencia área –perímetro.

Analizar “familias” de rectángulos de igual área.

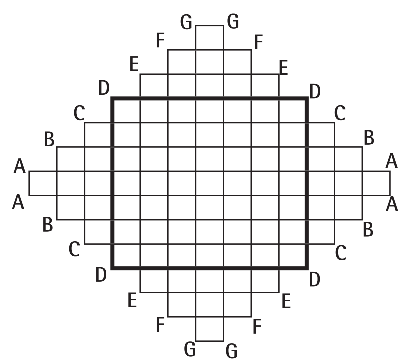
Por ejemplo:

construir en papel cuadriculado rectángulos de $36\ cm^2$ y determinar cuál es el de perímetro mínimo

Analizar “familias” de rectángulos de igual perímetro:

Por ejemplo:

En la siguiente figura cada uno se los 7 rectángulos cuyos vértices están nombrados con las mismas letras, tienen el mismo perímetro. Calcular el área de cada uno ¿Cuál es el de mayor área?
Esta actividad además de poner de manifiesto la independencia entre área y perímetro, permite construir nuevas propiedades del cuadrado, ya que independientemente de la "familia de rectángulos" que se considere, el de lados iguales es el de perímetro mínimo o área máxima según corresponda.



A continuación podrá analizarse cómo varía el área de un rectángulo cuando se producen variaciones en las medidas de sus lados, para que el alumno/a advierta que no puede establecerse una proporcionalidad directa entre ambas medidas, esta es otra faceta de la independencia entre perímetro y área que no debe dejarse de lado.

Análisis de la variación del perímetro y el área de un rectángulo en el que:

- El ancho aumenta en 2 cm. y su alto en 3 cm.
- El ancho se mantiene fijo y el alto se duplica.
- El ancho se duplica y el alto aumenta en 3cm.
- El ancho y el alto se duplican.

Se tratará de generalizar encontrando formas que permitan anticipar la transformación de perímetros y áreas.

Área del círculo por diferentes aproximaciones. Por ejemplo:

- Inscribir, en una circunferencia, polígonos regulares cuya área se calcula hallando la mitad del producto del perímetro, por la apotema. Cuanto mayor sea el número de lados el perímetro se aproximará más a $2\pi r$ y la apotema tenderá a coincidir con r.
- Dividir un círculo trazando diámetros en un número de sectores circulares iguales de manera que tiendan a tener forma triangular por el desprecio que pueda hacerse de la curvatura. Estos sectores circulares reunidos adecuadamente formarán una figura que se asemeja a un paralelogramo cuya base será $1/2\ \pi$ d y su altura r.

Se utilizará el concepto de volumen para el establecimiento de equivalencias entre cuerpos.

Por ejemplo en la "familia" de prismas de la misma base y de la misma altura, ¿qué propiedad especial tiene el prisma recto con respecto a los prismas oblicuos?

Se problematizará la medición de volúmenes de cuerpos utilizando distintas estrategias. Por ejemplo: descomposición en cuerpos más simples, comparación de pesos, volumen de agua desplazada, etc.

Número y operaciones

Operaciones con números naturales

Al análisis de las operaciones y las propiedades de las mismas que los alumnos/as ya han realizado anteriormente, se agregará la indagación de nuevas regularidades con el objeto de expresar su resultado en forma coloquial y simbólica que puedan validarse usando las propiedades conocidas. Para este fin se trabajará con tablas de suma y multiplicación.

Ejemplo:

1. En la siguiente tabla de la suma de números naturales

+	1	2	3	4	.....	n	n+1
1	*2*	*3*	*4*	*5*			
2	*3*	*4*	*5*	*6*			
3	*4*	*5*	*6*	*7*			
4	*5*	*6*	*7*	*8*			
. . .							
n							
n+1							

Se observan cuadros cuadrados en los que al sumar números de las diagonales se obtiene el mismo resultado:

6	*7*
7	*8*

6 + 8 = 7 + 7

3	*4*
4	*5*

3 + 5 = 4 + 4

4	*5*
5	*6*

4 + 6 = 5 + 5

Completar los cuadrados pintados.

Lo observado: ¿es válido siempre? Justificar la respuesta

Analizar esta misma tabla para la multiplicación.

Analizar en ambas tablas lo que sucede en cuadrados de 3x3

Divisibilidad

Se analizará la existencia de múltiplos y divisores de números naturales. Se establecerá el significado de las expresiones "números primos" y "números coprimos", y se buscarán números primos, para los que se utilizarán distintos métodos.

Se construirán estrategias para el cálculo de múltiplo común menor y divisor común mayor Se analizarán regularidades entre los múltiplos de un mismo número, con miras al establecimiento de algunos criterios de divisibilidad. Se realizarán factorizaciones diversas.

Por ejemplo con factores no necesariamente primos, con factores no primos, con factores exclusivamente primos, etc.

La división por 2 permite una primera clasificación: números pares e impares que se suceden en alternancia en todo el ordenamiento de los naturales.

Así si a es un número par, a+2 también lo es ¿lo será a+20?¿ Por qué?

¿Qué sucede si a es impar?

También es importante analizar la conservación de la paridad en las distintas operaciones por lo que el docente deberá plantear a los alumnos/as para que investiguen interrogantes como:

¿La suma de dos números pares es par? ¿Y la de dos impares? ¿A qué se deberá?

¿Qué ocurre con la multiplicación? ¿Y la elevación al cuadrado?

Se verá así que la suma no conserva la paridad mientras que la multiplicación y la potencia de exponente dos si lo hacen.

Debe estimularse a los alumnos/as para que propongan otras cuestiones semejantes como: ¿qué ocurre con la suma de tres impares? ¿Y de cinco o seis? ¿Y en la resta de pares o impares cuando esta sea posible en N? ¿Y el triple de un par es par? ¿Y el doble de un impar?

La divisibilidad brinda la oportunidad de conocer los números amigos (la suma de los divisores de uno sin considerar el mismo número es igual al otro) como 220 y 284. 284=1+2+4+5+10+20+22+ 11+44+55+110 todos los sumandos son divisores de 220.

220=1+2+4+71+142 todos divisores de 284

De este modo un ejercicio que permite la revisión de divisor es por ejemplo:

Mostrar que 1184 y 1210 son amigos como también lo son
2620 y 2924
5020 y 5564

Los alumnos/as con ayuda de la calculadora podrán factorear ambos números y sumar los divisores para obtener el otro.

En cambio la búsqueda de números amigos exige un esfuerzo mayor. Se trata de un buen problema enunciado de manera simple pero su solución no es tan sencilla.

Como caso particular se realizará la búsqueda de números perfectos como el 28 que es igual a la suma de sus divisores menores. 28= 1+2+4+7+14

Durante la búsqueda al analizar la suma de los divisores, surgirán los abundantes (cuando la suma de los divisores sea mayor que el número) y los deficientes (cuando la suma de los divisores sea menor).

Se emprenderá la obtención de números con muchos divisores como el 60 que tiene 12 divisores. Encontrando respuestas a preguntas como:

¿Cuáles entre los primeros cien números naturales tienen mayor cantidad de divisores?

¿Cuáles son los números con una cantidad impar de divisores? ¿Qué característica y nombre tienen?

En cuanto a los números primos deberá revisarse el modo de reconocerlos para posteriormente analizar cuestiones como por ejemplo:

a. Cualquier número mayor que tres puede escribirse como suma de números primos:

4= 2+2
5=2+3
6=3+3

b. Cuanto mayor es un número más números menores que él hay y por lo tanto hay mayor posibilidad de encontrarle divisores, entonces cuanto más me aleje del cero menos densidad de primos habrá.

c. En el libro noveno de los Elementos de Euclides se plantea que la sucesión de primos es infinita, dado que siempre se puede encontrar un primo mayor.

2 x 3 +1= 7
2 x 3 x 5 +1= 31
2 x 3 x 5 x 7 +1= 211
2 x 3 x 5 x 7 x 11 +1= 2311
2 x 3 x 5 x 7 x 11 x 13 +1= 30031

¿Pueden obtenerse todos los primos con este método? ¿Existe un último número primo?

2 x 3 x 5 x 7 x 11 x 13 + 1 = 30021

Veamos que este no es un método para generar números primos ya que 30031 no es primo.

Pero lo que podemos saber es que 30031 no es divisible por 2 ni por 3 ni 5 ni 7 ni 11 ni 13, sus factores primos serán mayores que 13. En efecto 30031 = 59 x 509.

Dado un número 2 x 3 x 5 x 7 x 11 x 13 x...x...x...p + 1 = n o bien n es un número primo mayor que p (como en el caso de 7, 31, 211, 2311) o bien sus factores primos son mayores que p como en el caso de 30031. Esto mostraría que no existe un último primo.

Trabajos como éstos acercan a los alumnos/as a la forma del razonamiento deductivo, a la búsqueda de contraejemplos mostrando que no es el cálculo el único interés de la enseñanza en esta etapa. En estas exploraciones el uso de la calculadora resulta indispensable para no desviar el objetivo de la actividad.

Se podrá proponer buscar ejemplos de la conjetura de Goldbach que propone que todo número par mayor que 6 y menor que 100.000 puede expresarse como suma de dos números primos.

6= 3+3

se podrán buscar formas de expresar

8=
10=
12=
14=
198 =

Este camino de búsqueda y exploración permite al docente proponer cuestiones que integren lo que se ha construido.

Si un número es primo ,¿es cierto que el anterior o el siguiente es múltiplo de 6?.

Mostrar con por lo menos cinco ejemplos que todo natural par mayor que 4 es suma de dos números primos.

¿Cuáles son los naturales de tres cifras divisibles por 7 y 11?

Mostrar con ejemplos que al considerar un número natural, el siguiente del doble y su mitad son coprimos (no tienen divisores comunes distintos de 1).

Se estudiará además la potenciación (con exponente positivo) y radicación de números naturales estableciendo significados, usos y propiedades.

También será este un momento adecuado para descubrir y demostrar las propiedades de la potenciación como producto y cociente de potencias de igual base, potencia de otra potencia, propiedad distributiva de la potenciación con respecto a la multiplicación y a la división. Propiedad distributiva de la radicación con respecto a la multiplicación y a la división. Veamos propuestas:

1. Mostrar con ejemplos que el anterior a una potencia de 4 es divisible por 3.

2. El triángulo de Fibonacci (disposición particular de la sucesión de los números impares) permite escribir la suma de cada fila como potencia cúbica de los naturales:

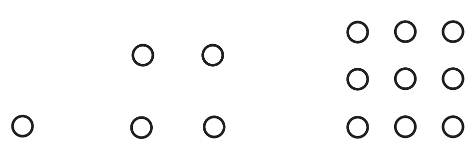
1										1	1^3
3	5									3+5= 8	2^3
7	9	11								7+9+11=27	3^3
13	15	17	19							13+15+17=64	4^3
21	23	25	27	29						21+23+25+27+29=625	5^3
31	33	35	37	39	41					=	
43	45	47	49	51	53	55				=	
57	59	61	63	65	67	69	71			=	
73	75	77	79	81	83	85	87	89		=	
91	93	95	97	99	101	103	105	107	109	=	

¿Qué se puede conjeturar a partir del trabajo anterior?

¿Son equivalentes las siguientes expresiones?:

- Los cubos de los naturales pueden obtenerse como suma de impares.
- La suma de impares puede obtenerse calculando el cubo de un natural.

3. De la siguiente información ¿qué puede conjeturarse respecto de los cuadrados?



1 **1+3=4** **1+3+5 = 9**

Comparar la conjetura con la del triángulo de Fibonacci. ¿Expresan lo mismo?

¿En qué se parecen? ¿En qué se diferencian?

Euclides descubrió que si **(2^{n+1} - 1)** es **primo 2^n x (2^{n+1} - 1)** será un **número perfecto**.

Verificar usando calculadora que los resultados son números perfectos:

$2^1 (2^2 - 1) = 6$

$2^2 (2^3 - 1) = 28$

$2^3 (2^4 - 1) = 120$

$2^4 (2^5 - 1) = 496$

$2^6 (2^7 - 1) = 8128$

4. Resulta interesante analizar el caso de las potencias sucesivas de 2 .Es conveniente organizar las potencias de modo de facilitar la búsqueda de regularidades.

2^2 2^3 2^4 2^5 2^6 2^7 2^8 2^9 2^{10} 2^{11}

4 8 16 32 64 128 256 512 1024 2048

Para orientar en la investigación el docente puede preguntar por las cifras en que terminan las potencias:

¿En qué cifra terminan los resultados de las potencias de exponente par?

En las potencias de 2 los números tienen como última cifra 2, 4, 6 u 8. Las potencias con exponentes pares terminan en 4 ó 6 y las impares en 2 o en 8. Al profundizar la observación se concluye que los exponentes múltiplos de 4 tienen sus resultados terminados en 6.

Los exponentes pares no múltiplos de 4 tienen resultados terminados en 4.

A esta altura los alumnos/as podrán responder preguntas como:

¿En qué cifra termina 2^{254}?

Analizando con más detenimiento las potencias de exponente impar podrán responder:

¿En qué cifra termina 2^{523}?

Idéntico trabajo podrá hacerse con las potencias de base 3, 4, 5, 6 etc. que llevará a ver en la matemática un orden que invita a ser descubierto.

Resultará importante promover el uso de distintos tipos de cálculo (mental, escrito, con calculadora, exacto o aproximado), fundamentando la estrategia elegida en relación con la situación planteada.

Se utilizará la estimación del cálculo pensado para determinar la adecuación del resultado de cálculos: es decir, se estimará la razonabilidad de resultados. Deberá promoverse la utilización de la calculadora para:

- Resolver problemáticas cuyo interés radique en los procedimientos más que en el cálculo mecánico.
- Trabajar en situaciones que involucren cálculos complejos.
- Verificar cálculos realizados.

Para el uso de la calculadora pueden plantearse situaciones del tipo:

¿Cuál es el menor número natural que multiplicado por 415 da un producto de 4 cifras?

Obtener el resto dividir al 784 por 13 con calculadora.

Problemas como el siguiente estimulan la aparición de estrategias para el cálculo mental:

Si 7 x 13 es 91 aplicar propiedades para mostrar que 35 x 26 = 91 x 10

35 x 26 = 7 x 5 x 13 x 2 aplicando la propiedad conmutativa y asociativa de la multiplicación tendremos:

(7 x 13) x (5 x 2) = 91 x 10

Proponer la búsqueda de otros ejemplos por parte de los alumnos/as, para ser resueltos por todos.

Con el mismo fin resultará interesante analizar formas de resolver multiplicaciones con números cercanos a las potencias de 10, por ejemplo:

3200 x 9 = 3200 X (10 -1) = 3200 x 10 -3200 x 1=32000 -3200

3200 x 99=

3200 x 990=

A partir de lo analizado en la actividad anterior puede proponerse la siguiente indagación usando cálculo escrito:

Escribir números de tres cifras, multiplicarlos por 7, luego al resultado por 11 y por último a este nuevo resultado por 13. ¿qué se observa? Justificar.

En cuanto a la resolución de cálculos combinados se promoverá su resolución utilizando diferentes modelos de calculadoras, estudiando las convenciones acerca de las maneras de resolver ese tipo de cálculos: separación en términos y uso de paréntesis cuando sea necesario, discusión de lo pertinente de acuerdo a cada caso, vale decir, se evitará proponer cálculos con paréntesis, corchetes y llaves en forma aislada y mecanicista.

Se utilizará la estimación como estrategia de control de las operaciones realizadas con calculadora.

Por ejemplo: cargar de una sola vez los siguientes cálculos en la calculadora científica de modo tal que al apretar el signo = aparezca en el visor el resultado del mismo. Registrar los intentos hasta lograr el objetivo para ser socializados posteriormente.

$1/2 \times [3 + 5 \times (3/4 + 2) - 1] =$

$[(41 \times 2): (3 \times 4)]^2 =$

$18: (6 \times 4 + 3 \times 7^2) =$

Números racionales positivos

Se estudiará el orden en Q^+ mediante la resolución de problemas como el siguiente:

Si se elige un número entre 33,6 y 72,6 ¿entre qué valores estará comprendido:

a. ¿su tercera parte?
b. ¿su doble?
c. ¿su mitad?

Ubicar todos estos números en la recta numérica.

Este estilo de problema contribuye además a la construcción del concepto de densidad en Q^+.

Se promoverán estrategias de cálculo pensado para estimar resultados en Q^+, analizando y fundamentando diferentes formas de resolver. Se problematizará la construcción de algoritmos convencionales en Q^+.

Un estilo de problemas que permita la entrada al cálculo estimado en Q^+ es :

Elegir un número entre los siguientes: 37, 41, 73.

Anotarlo en el visor de la calculadora, multiplicarlo por un número tratando de acercarlo lo más posible a 100. Si no se llegara, volver a multiplicar el resultado por otro que los acerque más a 100. Hacerlo hasta 5 intentos y anotar el número final calculando la distancia a 100.

Otro tipo de problema de estimación:

23 x 49 sin calculadora puede estimarse a partir de 20x 50 = 1000.

23x50 = 1000 + 150 ¿Por qué?

23x49 = 1150 – 23 = 1127 Justificar

Luego puede pedirse:

Decidir cuál de las respuestas propuestas dan una buena estimación en cada caso y por qué.

420 x 52 se acerca a :
220 2200 22000
76 x 76 se acerca a:
5000 4800 6000
34 870 / 210 se acerca a:
2000 200 20
1890 / 94 se acerca a:
20 200 2000
1890 / 0,94 se acerca a:
20 200 2000
Raíz cuadrada de 1000 se acerca a:
15 30 40

Se plantearán problemas que impliquen el uso de las operaciones y sus propiedades y que amplíen o profundicen los significados de los números racionales en sus diferentes representaciones.

Estudio de la fracción como:

- cociente y su expresión decimal.
- razón
- probabilidad.
- porcentaje
- punto en una recta numérica

Estudio de la fracción como cociente y su expresión decimal.

Este punto ofrece una interesante posibilidad a todos los alumnos/as de realizar indagaciones acerca de los resultados de las divisiones.

Se dividirá la clase en ocho grupos. Cada grupo tomará los números del 1 al 12 y los dividirá usando calculadora por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 según se le indique.

Deberán registrar y analizar los resultados obtenidos tratando de descubrir regularidades para comunicarlas a sus compañeros.

1 : 2 = 0,5   2 : 2 = 1   3 : 2 = 1,5   4 : 2 = 2   5 : 2 =2,5 ………………..

1 : 3 = 0,333   2 : 3 = 0,666…   3 : 3 = 1   4 : 3= 1,333..   5 : 3 = 1,666…   6 : 3= 2………

1 : 4 = 0,25   2 : 4 = 0,5   3 : 4 = 0,75   4 : 4 = 1   5 : 4= 1,25

1 : 5 = 0,2   2 : 5 = 0,4   3 : 5 = 0,6   4 : 5 = 0,8   5 : 5 = 1   6 : 5 = 1,2

1 : 6 = 0,1666 ………………..

1 : 8 = 0,125 …………….

1 : 9 = 0,1111… ……………..

De este modo surgirán en la clase conclusiones como:

La división por 2 da un número natural para los pares y para los impares una parte entera y 5 décimos.

En la división por 4 los impares siguientes a un múltiplo de 4 dan 25 después de la coma. 75 después de la coma para el anterior a un múltiplo de 4.

Si es un par no múltiplo de cuatro la parte con coma es 5. Es decir, si hacemos 45 dividido 4 da coma 25 por ser el siguiente de un múltiplo de 4.

En la división por 3 si el dividendo no es múltiplo de 3, el resultado es periódico. Será 3 para el caso del siguiente de un múltiplo de 3 si no será 6. En este caso habrá que analizar que algunas calculadoras científicas redondean la última cifra del visor a 7.

Al dividir por números pares como 2 y 4, los números que conforman la parte decimal son múltiplos de 5: 25, 50, 75 y los números de la parte decimal de la división por 5 son pares.

Esto puede llevar a tratar de encontrar una justificación a la conjetura de que la división por 5 está relacionada con la multiplicación por 2.

32 : 5 = 6,4 (64 es el doble de 32)

71 : 5 = 14,2 (142 es el doble de 71).

Parece que para dividir por 5 podemos hacer el doble y correr la coma.

Dividir por 5 es x2 y dividido 10 .a : 5 = a x 2 : 10 Aquí aparece también la fracción como operador.

Como probabilidad

Si se piensa en la experiencia de arrojar dos dados y registrar su suma, comprobaremos que de 36 pares de números del espacio muestral, 9 son múltiplos de 4.

La razón 9/36 es representativa de la situación.

1/4 es una fracción aritméticamente equivalente, pero ¿qué significa 1 y qué significa 4?, lo mismo ocurre para la fracción 5/20. En cambio 25/100 que representa el 25% es expresión usual y brinda una idea de la situación más cercana a la original. Es importante reflexionar sobre el cuidado necesario en el uso de fracciones equivalentes ya que no siempre conservan su sentido en el problema.

Como razón

El color verde mar se logra mezclando pintura azul en razón 2/3 con pintura verde

a. Explicar el significado de 2/3 en este caso.

¿Cuánta pintura verde se debe agregar a un litro de azul para obtener verde mar?

¿Por qué?

¿Cuántos litros de azul deben mezclarse para obtener 10 litros de verde mar?

Como Porcentaje

Dado que el concepto de fracción como porcentaje es de uso corriente, se lo puede abordar con problemas sencillos:

Una lata de café contiene normalmente 450 gramos. En una promoción se ofrece 25% gratis. El envase dice 550 gramos ¿es verdadera la oferta?

Como punto en una recta numérica

Se pondrá en discusión la diferencia entre por ejemplo 3/5 y 3,5.

Es común que los alumnos/as crean que los números mencionados son equivalentes, por lo que convendrá promover la discusión acerca del pasaje de una forma de representación a otra para facilitar su comparación, así como sobre la consideración de fracciones mayores que la unidad y sus diferentes modos de representación como en el caso de 3 1/2 ; 7/2 ; 3,5.

La siguiente propuesta intenta superar la dificultad en la comparación y ordenamiento en Q^+. Al mismo tiempo que se continuará buscando puntos medios con el objeto de introducir gradualmente a la idea de densidad en Q.

¿Qué número está en la mitad de ….

- 100 y 200?
- 120 y 160?
- 18 y 19?
- 6, 3 y 6,4?
- 8,4 y 8,5?
- 4, 42 y 4,43?
- 3/2 y 15/4?

Para el trabajo con aproximación y redondeo puede proponerse que usando calculadora se responda:

¿De qué número entero está más cerca?

3,7 x 7,8= como el resultado es 28,86 está más cerca de 29.

2,1 x 3,9 x 6,5= como el resultado es 53,235 está más cerca de 53.

Analizar otros tipos de aproximación:

39,3 x 45,9

¿Está más cerca de 1.800 o de1.810?

Como 39,3 x 45,9 = 1803,87 la respuesta pedida será 1800.

De quién esta más cerca

145,6 x 35,7

¿De 5.100 o de 5.200?

Como 145,6 x 35,7 = 5197,92 la respuesta pedida será 5200

- Encontrar una multiplicación de decimales tal que el producto se aproxime a 348.

Introducción al Álgebra y al estudio de las Funciones

Lectura, interpretación y construcción de gráficos y tablas

Se estudiará la forma convencional para la localización de objetos y lugares, analizando mapas y guías de transporte. Se elaborarán y optimizarán recorridos, usando diferentes estrategias e instrumentos.

Se realizará la ubicación y representación de puntos mediante coordenadas en el plano.

Se analizarán situaciones que puedan representarse mediante tablas, diagramas, gráficos.

Por ejemplo: encuestas, información censal, informe de consumos de servicios, comparaciones de precios, estadísticas deportivas, tablas de pesos y alturas, pirámides poblacionales, etc.

Se promoverá la elaboración de hipótesis, conjeturas y anticipaciones a partir de información extraída de gráficos de todo tipo, analizando las limitaciones de los mismos.

Se abordará el concepto de variable en matemática, se realizará un trabajo exploratorio de variables que se relacionan entre sí, identificando el modo en el que una varía en función de la otra y viceversa realizando un estudio de la dependencia o independencia de una variable con respecto a otras.

Proporcionalidad

Uso de la proporcionalidad en situaciones de la vida cotidiana: recetas de cocina, mezclas para albañilería, cantidad de semilla según el área del terreno a sembrar, entre otros.

Expresiones usuales de la proporcionalidad (porcentaje). Fórmulas que impliquen relaciones de proporcionalidad.

Por ejemplo :

- La variación del área de un rectángulo de altura constante en función de la base:
  A = bx3, para el caso de rectángulos de altura 3.
  Es importante que el alumno/a tenga en cuenta la doble proporcionalidad del área del rectángulo respecto de la base y de la altura. La fórmula A = bxh resulta del hecho de que el área es proporcional a la altura cuando la base es constante y a la base cuando la altura es constante, y que la base y la altura son magnitudes independientes
- La variación del perímetro de polígonos regulares en función de la longitud del lado: P = 6xl para el caso de hexágonos.

El número π ha sido estudiado con anterioridad para la construcción de las fórmulas de la longitud de la circunferencia. Aquí se retomará el tema, de manera de establecer la proporcionalidad existente entre la longitud de la circunferencia y su diámetro. El número π aparece como la constante de esta proporcionalidad.

Se estudiarán funciones de dominio discreto como por ejemplo: *la proporcionalidad inversa entre el valor del ángulo central de un polígono regular inscripto en una circunferencia y el número de lados.*

Número de lados	Valor del ángulo central
3	120
4	90
5	72
6	60
7	
8	
9	
10	
12	
15	
20	
36	
n	

Los problemas clásicos de proporcionalidad directa podrán enriquecerse mediante consignas de trabajo que apunten a la construcción de tablas donde puedan descubrirse y aplicarse las propiedades.

Por ejemplo, en el caso del envases de media docena de un producto y cantidad de productos.

Cantidad de envases (e)	Cantidad de productos P
3	18
4	24
5	30
6	36
7	42
12	72
e	P = e x 6

Se podrá analizar que si duplicamos en la primera columna la cantidad de envases le corresponderá el doble de la cantidad de productos en la segunda columna:

$$\begin{array}{cccc} & 3 & 18 & \\ \text{X 2} \;\downarrow & & \text{x2} & \downarrow \\ & 6 & 36 & \end{array}$$

P (2x3) = 2xP (3)

A la suma de cantidades de envases le corresponde la suma de cantidades de productos en la segunda columna.

```
      2      12
  +      +
      3      18
 ----------  -----------
      5      30
```

P (2+3) = P (2) + P (3)

Lo que otorga mayor sentido que la regla de tres simple, que es asimilada por lo general a la proporcionalidad pero que puede estar desprovista de significado.

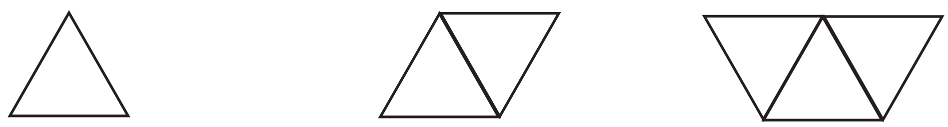
Es también importante el análisis de situaciones que no son proporcionales.

Iniciación al trabajo algebraico

Las regularidades en configuraciones de embaldosados, guardas geométricas, secuencias, brindan la posibilidad de descubrir términos generales para sucesiones numéricas.

Ejemplo

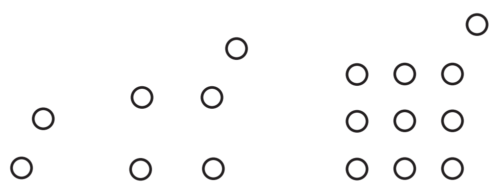
Construir una tabla en la que pueda apreciarse la relación existente entre la cantidad de triángulos de una tira y la cantidad de segmentos necesarios para formarla.



Expresar esa relación para un número n de triángulos.

El problema precedente permite encontrar la expresión 2 n+1 como término general.

El siguiente gráfico corresponde a la expresión n^2+1.



Dibujar el esquema que sigue en la secuencia.

Construir una tabla con el número de esquema y su número total de puntos.

¿Cuántos puntos tendrá el esquema número ocho? ¿Y el veinte?

¿Qué forma tendrá el de 101 puntos?

Es importante considerar tanto la construcción de una ley general como la interpretación de las ya elaboradas. A tal efecto pueden proponerse actividades como:

a. Dar ejemplos que muestren que las siguientes afirmaciones son verdaderas, para valores naturales de n:

$2 \times (5^{n}+1)$ es divisible por **4**

$10^{2n} - 1$ es divisible por **11**

$3^{2n-1} + 2^{n+2}$ es múltiplo de **7**

$3^{2n+2} + 2^{6n+1}$ es múltiplo de **11**

b. Analizar cuáles de las siguientes expresiones representan números pares para cualquier n natural

$3n^2 + 1$

$(n+1)(n-1)$

$n^3 - n$

$n(n+1)$

Probabilidad y estadística

Fenómenos y experimentos aleatorios

Se realizará el estudio de situaciones en las que interviene el azar (juegos, experimentos, simulaciones) en el transcurso de las cuales puedan identificarse sucesos ciertos, imposibles, contrarios e incompatibles.

Mediante experiencias propuestas por el docente, los alumnos/as registrarán en tablas u otros soportes, la frecuencia con la que ocurre un suceso, ponderando la probabilidad de éste de manera cualitativa comparando con otros sucesos del mismo experimento.

Ejemplo*:*

a. *Alguien piensa un número entre 1 y 20.*

¿Qué es más probable?:

1. que sea par
2. que sea menor que 15
3. que sea múltiplo de 3.

b. *alguien piensa dos números del 1 al 6*

¿Qué es más probable?

1. que sumen 7.
2. que ambos sean pares.
3. que ambos sean múltiplos de 3.
4. que sean consecutivos.

En el proceso de recolección de datos para la estimación de la probabilidad de sucesos, se promoverá la sistematización de aquellos: *una vez recolectados los datos, se los organizará adecuadamente (mediante tablas, gráficos, etc.) para posibilitar su descripción y utilización.*

Ejemplo*:*
En la siguiente tabla se registrará con una cruz la suma de los puntos que aparecen al arrojar dos dados 100 veces

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

a. ¿Qué número podría acumular más cruces? ¿por qué?
b. ¿Qué número podría acumular menos cruces? ¿por qué?
c. ¿Existen números que podrían acumular la misma cantidad de cruces? Justificar la respuesta.
d. ¿Qué cambios deberán efectuarse para repetir el experimento con tres dados?

Se analizarán las ventajas de cada una de las distintas formas de expresión o registro (verbal, gráfica, por tablas, etc.) en referencia a la situación en la que se deba interactuar.

Se trabajará en el cálculo combinatorio, mediante la construcción de diagramas arbolados para la determinación de espacios muestrales.

Ejemplos:

a. Si se arrojan a la vez un dado y una moneda. Analizar todas las posibilidades que puedan salir.
b. Se lanza una moneda hasta que aparecen dos caras seguidas analizar qué puede suceder.

Se analizará la influencia del azar en algunos juegos. Se pondrá especial atención en explicitar el uso de la probabilidad cualitativa durante el desarrollo de un juego (por ejemplo: preguntando ¿por qué XX realiza esta jugada?, ¿habrá otra más conveniente?, ¿cómo justifican esta afirmación?, ¿si te tocara a vos jugarías igual? ¿Por qué?, etc.). Por otra parte se pondrá especial atención en trabajar también con juegos en los que el azar no intervenga como variable central, haciendo hincapié en que no todos los sucesos son de tipo aleatorio.

Estadística y probabilidad

Mediante el estudio de información extraída de publicaciones, se iniciará el análisis de encuestas poniendo especial atención a la cantidad de personas encuestadas y las características de las mismas, para opinar acerca de la representatividad de las muestras.

Se introducirá el concepto de población y de muestra representativa de una población, analizando las variables a tener en cuenta para que una muestra sea representativa.

Se calcularán y establecerán algunas medidas de tendencia central como la moda, la media aritmética y la mediana. Se utilizarán estas herramientas para la solución de diferentes problemas, discutiendo la pertinencia del uso de cada una.

Por ejemplo:

Se tendrá en cuenta la moda y no el promedio con respecto a hábitos de consumo, para la toma de decisiones acerca del tipo de productos a fabricar.

El promedio es útil para determinar el valor alrededor del que oscilan las medidas de la presión sanguínea de una persona.

De este modo se establecerán relaciones fundamentadas entre la estadística y la evaluación de probabilidades *(por ejemplo: estimación de la probabilidad de resultados deportivos en función de datos estadísticos extraídos de publicaciones y en diferentes lenguajes*).

Ejemplo final:

Buscar los números primos menores que 200 y graficar su cantidad en los siguientes intervalos:

1-10, 11-20, 21-30 ….191-200

Realizar el gráfico acumulativo.

¿Qué información brinda este último que no brinda el anterior?

Orientaciones para la Evaluación

En la Escuela Secundaria Básica la evaluación en esta materia deberá hacer ver a los alumnos/as la importancia de superar la sola memorización. Como en las clases se prioriza la participación y el hacerse cargo de la resolución de problemas matemáticos, esto deberá tenerse en cuenta a la hora de evaluar.

Los instrumentos de evaluación que se utilizan en esta etapa no deben medir sólo el dominio de mecanismos o la memorización de algoritmos, porque ese no es el sentido ni el enfoque de esta propuesta curricular.

La evaluación es un proceso que brinda insumos a docentes y alumnos/as para conocer el estado de situación de la tarea que realizan juntos. Por ejemplo, las dificultades mencionadas acerca de la transformación de fracciones en decimales y viceversa, serán un interesante campo de intervención del docente donde se podrá verificar el modo en que los alumnos/as van superando los errores y tomando conciencia de los mismos a través de la interacción con los otros y con la materia.

Es importante que la calificación sea reflejo de la distancia entre lo que se espera que los alumnos/as logren y lo efectivamente logrado por ellos. El alumno/a debe conocer claramente esto que se espera que logre, por ejemplo en el caso del estudio del lugar geométrico, los alumnos/as deberán tener presente para las construcciones, las propiedades que explican el uso de determinados útiles de geometría, y es importante que esto figure en detalle en las carpetas. La carpeta, además de incluir el registro de las actividades realizadas, debe contener lo que se debe estudiar.

Finalmente, la comunicación y el intercambio logrados en cada clase de matemática no deben interrumpirse por la aplicación de ningún instrumento de evaluación.

Bibliografía

Silvina Gvirtz y M. E. Podestá comp., *Mejorar la escuela. Acerca de la gestión y la enseñanza.* Buenos Aires. Granica, 2004.

Annie Berté, *Matemática Dinámica,* Ministerio de Cultura y Educación de la Nación, Buenos Aires, A-Z Editora, 1999.

Annie Berté, *Matemática de EGB 3 al polimodal,* Ministerio de Cultura y Educación de la Nación. Buenos Aires, A-Z Editora, 1999.

Marta Fandiño Pinilla, *Le frazioni. Aspetti concettuali* e *didattici*. Bologna, Pitagora Editrice, 2004.

Gèrard Vergnaud, *Aprendizajes y Didácticas: ¿Qué hay de nuevo?* Buenos Aires, Edicial.1997.

Yves Chevallard, *La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado*, Ministerio de Cultura y Educación de la Nación. Buenos Aires, Aique, 1997.

In Fischbein E, Vergnaud G., *Matematica a scuola: teorie ed esperienze*. Bologna, Pitagora Editrice.1992.

Mabel Panizza, *Razonar y conocer.* Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2005.

Humberto Plagia, Ana Bressan, Patricia Sadosky, *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática.* Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2005.

Patricia Sadosky, *Enseñar Matemática hoy*. Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2005.

Carmen Sessa, *Iniciación al estudio didáctico del Algebra.* Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2005.

Sitios recomendados

http://www.sectormatematica.cl/articulos.

http://www.uncoma.edu.ar/.../clave/didactica_de_la_matematica/

http://dialnet.unirioja.es/servlet/autor?codigo=219055

Http://www.peda.com/download/ Permite descargar polypro, software de cuerpos geométricos.

http://www.unlu.edu.ar/~dcb/matemat/geometa1.

http://www.sectormatematica.cl/revistas.htm

http://www.campus-oei.org/oeivirt/edumat.htm